Fortsezung
einiger
aus der
Mathematic
abgenommenen
Regeln,
nach welchen sich der menschliche
Verstand
bey
Erfindung der Wahrheiten
richtet,
und welche dabey nützlich befunden
werden,
zur Ergänzung
der ehehin davon aufgesezten,
herausgegeben
von

Gottlieb Friederich Hagen,
Profess. der Philosophie zu Bayreuth,
und der Hallischen Phil. Facultät Assess.

HALLE,
in der Rengerischen Buchhandlung 1737.

Dem
Hochgebohrnen Reichsgrafen
und Herrn,
HERRN
Christian Ernsten,
Grafen
zu Stollberg,
Königstein, Rochefort, Wernigerode
und Hohnstein
Herrn
zu Epstein, Münzenberg, Breuberg,
Aigmont, Lohra, und
Klettenberg rc.
des Königl. Preuß. schwarzen Adler Ordens
hochansehnlichen Rittern.
Meinem gnädigsten Grafen
und Herrn

Hochgebohrner Reichsgraf,
Gnädigster Graf und Herr.

Daß gegenwärtige Schrifft, welche Euer Hochgräflichen Gnaden in Unterthänigkeit überreichet wird, vorjezo an das Licht tritt; daran haben Euer Hochgräfliche Gnaden

weit mehr Antheil, als die Willkühr ihres Verfassers. Denn da Euer Hochgräfliche Gnaden, die bey meiner neulichen Anwesenheit an Dero Hofe, eingehändigte Regeln der Erfindungen, so gnädig aufgenommen, daß Hoch Dieselben solche fortzusetzen in Gnaden anbefohlen, und nach der Bewerckstelligung einige mahl zu fragen geruhet haben: so sahe mich um der vielen Gnadenbezeigungen willen, welche Euer Hochgräfliche Gnaden auf Dero Schlosse, besonders der trefflichen Bibliothec mich geniesen liessen, recht gedrungen, meine unterthänige Dankbarkeit und willigsten Gehorsam, durch schleunige Ausarbeitung dieser wenigen Blätter, eiligst an den Tag zu legen. Diesemnach habe sogleich nach meiner Zurückkunfft an diesen Ort zu deren

Druck die erforderliche Anstallt gemacht; und liefere dieselbigen Euer Hochgräflichen Gnaden so schlecht oder so gut, als sie unter solchen Umständen gerathen konnten.

Ist nun gleich diese kleine Schrifft kein Werk, welches unter Euer Hochgräflichen Gnaden vortrefflichē Samlung auserlesener Bücher eine Stelle verdienete; ist es gleich kein ansehnliches Werk, dergleichen man grosen Herren zu widmen pfleget: so erreget doch Eu. Hochgräflichen Gnaden besondere Huld gegen mich, in mir die Hoffnung, daß diese Regeln so gnädig aufgenommen werden sollen, als wenn sie die obermeldeten Vollkommenheiten hätten; und daß Euer Hochgräfliche Gnaden vornehmlich auf die Begierde des

Verfassers sehen werden, der seine unterthänige Ehrfurcht und Danksagung damit bezeigen und abstatten will. Der befestigende GOtt aber, welcher die, zur Ausbreitung seines Reiches, und Verherrlichung der Verheissungen von seinem Sohne, in Euer Hochgräflichen Gnaden Lande gemachte Anstallten biß hieher reichlich gesegnet hat, der lasse das daraus erwachsende Gute, und was er mich auch zu geniessen gewürdiget hat, auf Euer Hochgräfliche Gnaden, Dero theure Hochgräflichen Frau Gemahlin Gnaden, und gesammtes Haus, besonders des in Göttingen studierenden Herrn Sohns Gn. Deren bey Ihrem ehemahligen Aufenthalt hieselbst genossenen gnädigen Bezeigens nicht ohne die annehmlichsten Regungen gedencken kan, zusammen wieder zurück fliessen, damit Dieselbi-

gen, wie die Erstlinge, also auch das meiste und vornehmste davon überkommen. Er erhalte Dieselben bey allem Hochergehen, und gönne Ihnen insgesammt ein beständig währendes Vergnügen, wie solches wünschet

Hochgebohrner Reichsgraf Gnädigster Graf und Herr,

Euer Hochgräflichen Gnaden

Halle den 4.
Merz 1737.

unterthänigst gehorsamster
Gottlieb Friederich Hagen.

Fortsezung der aus dem Verfahren der Meßkundigen hergeleiteten Regeln, nach welchen sich der Verstand bey Erfindung der Wahrheit richtet, und welche dabey nüzlich befunden werden.

§. 1.

Die Veranlassung zu dem Aufsaz dieser Regeln ist bereits in dem 2ten und 3ten §. der ehehin davon ausgearbeiteten Abhandlung, weitläufftig angeführet worden. Die damahligen Umstände liessen nicht zu, mehrere Theile von mathematischen Wissenschafften, als nur allein die allgemeine Meßkunst, Rechenkunst und Geometrie durchzugehen. Deßwegen wurde im 11ten Absaz daselbst versprochen, bey anderer Gelegenheit die damahls zurücke gebliebenen an das Licht zu stellen. Für dieses mahl mag es genug seyn,

Gegenwärtiges Vorhaben.

seyn, die beyden noch übrigen Theile der sogenannten reinen Mathematic, nehmlich die Trigonometrie und Algebra, und zwar diese nur in so weit durchzugehen, als Anfänger, denen diese Regeln den besten Nuzen leisten werden, davon fassen können. Bey der ganzen angewendeten Meßkunst jezo eben dasselbige vorzunehmen, würde weitläufftiger fallen, als nun die gegenwärtige Absicht, Zeit und Verfassung verstatten. Daher müssen die aus derselbigen herzuleitenden gar nüzlichen und schönen Regeln etwa auf einander mahl ausgesezet bleiben, wenn GOTT Kräffte und bequeme Gelegenheit schenket, auch dieselbigen heraus zu bringen, und nüzlich auszuarbeiten.

§. 2.

Von der Trigonometrie über-haupt, ingleichen von einer neuen Trigonoscopie.

Was nun also

die Trigonometrie

betrifft: so ist dieselbe bekannter massen zweyerley, nehmlich die gerade und die spärische. Die leztere pfleget insgemein mit der Sternkunst verbunden zu werden; jezo hingegen ist von der ersteren vornehmlich die Rede. Man suchet darinnen aus 3 gegebenen Theilen eines Dreyeckes die drey übrigen desselbigen, und verstehet darunter die drey Winkel, und die drey Linien, welche dazu gehören. Weil die Linien

nien nach einem bestimmten Maasstab gerechnet werden, es aber bey den Winkeln auf die Länge ihrer Schenkel gar nicht ankommet, indem man sie blos nach den Graden des dazwischen zu ziehenden Bogens, und also nach einem einiger massen unbestimmten Maasstab rechnet: so ist daraus eine ganz neue Art des Messens, nehmlich nach zweyerley Maasstab zugleich entstanden, und um deßwillen hat man eine neue Wissenschafft daraus gemacht. Denn ohngeachtet es das Ansehen haben möchte, ob würde darinnen nur ein Theil von der Wissenschafft die Flächen zu messen, weitläufftiger ausgeführet, in dem dieselbige von den Dreyecken gleichfals handelt: so hat es doch jene blos mit ihrer Gleichheit, ihrer Aehnlichkeit und ihrem Raum zu thun; der Nuze der Aehnlichkeit der Dreyecke aber fliesset besonders in die Meßkunst der Längen zurück. Die Trigonometrie hingegen ist blos mit den Theilen der Dreyecke beschäfftiget, und bestimmet die Gröse der Winkel aus den Seiten, und umgekehrt, der Seiten aus den Winkeln; den grösten Vortheil aber davon hat abermahls die Meßkunst der Längen oder Longimetrie zu geniessen. Hieraus ersiehet man sogleich dieses

Einerley Sache kan in verschiedenen Wissenschafften abgehandelt werden,

den, und man kan gar leicht eine neue erfinden, wenn man auf dasjenige Acht hat, was bey ihren Theilen verschiedenes vorkommet, und sich verschiedentlich betrachten läßset. Nur jezo bey den Dreyecken zu bleiben: so hat der hochgelehrte und um die Meßkunst ungemein verdiente Herr Philipp Naude, in die Sammlungen (Miscellanea) der zu Berlin blühenden Gesellschafft der Wissenschafften, einen Auffsaz von einer ganz neuen Wissenschafft, welche er Trigonoscopie nennet, einrucken lassen, wie sie denn in der 4ten Fortsezung, oder dem 5ten Theile derselbigen, als das 2te Stück von der 10den biß 32sten S. befindlich ist. Weil es sich der Mühe verlohnet, von derselbigen eine hinlängliche Nachricht zu ertheilen , damit sie desto mehr bekannt werde: so wird niemand mir verargen, wenn ich einige Worte des Herrn Verfassers davon aus der erst angezogenen Schrifft überseze. Nachdem er nehmlich erinnert hat, daß die gelehrtesten Meßkundigen heute zu Tage meistens auf die Auflösungskunst des unendlichen fallen, und so viel wunderns-würdige Erfindungen bereits zum Vorschein gebracht haben, daß sich die Schönheit derselben gegen die Schön-

heit

heit der aus gemeinen Algebra und Geometrie heraus gebrachten Erfindungen, wie das unendliche zu dem endlichen verhalte; und noch hinzugefüget, die gemeine Geometrie dürffe deßwegen nicht liegen bleiben, weil darinnen noch eine grose Erndte übrig, und viele Wahrheiten zu entdecken seyen, ja weil aus derselbigen ein so groser Nuze im gemeinen Leben, und den übrigen Theilen der angewendeten Meßkunst herkomme, und sie eine sehr nöthige Stuffe seye, wenn man zu der höhern Geometrie hinauf steigen will: so spricht er hernach also.

Wenn die gemeine Geometrie um ihres Nuzens willen höher getrieben zu werden verdienet: so findet man, daß solches auch gleichfalls seine Richtigkeit habe, daferne man auf die reiche Erndte siehet, welche sich darinnen noch einsammlen lässet, und man auf die fast unermeßliche Menge der in dieser gemeinen Geometrie annoch zu entdeckenden Wahrheiten siehet. Eben dieses aber soll unter andern annoch in gegenwärtiger Schrifft erwiesen werden, welche noch auser dem dazu dienen kan, um hieselbst geometrisch zu erweisen, daß die Weltweisen

recht

recht haben, wenn sie hauffenweis behaupten, wir könten das Wesen keiner, so gar nicht einmahl der aller einfachesten Dinge völlig einsehen, und selbst in solchen Sachen, davon wir uns einbilden, wir hätten sie auf das genaueste untersuchet, und auf das schärfste eingesehen, fast annoch unendlich viel zu erlernen übrig seye, ja man könne uns, selbst in Absicht auf dieselbigen, bey nahe unzehlig viele Aufgaben vorlegen, welche sich sehr schweer beantworten lassen. Denn ein Beyspiel zu geben, so weis ein jeder Meßkundiger, in der gemeinen Geometrie seye das Dreyeck die allerschlechteste und einfacheste Figur; und allen gemeinen Feldmessern ist bekannt, jedes Dreyecke bestehe aus sechs Theilen, nehmlich aus drey Winkeln, und eben so vielen Seiten, und wenn man allezeit 3 Theile angebe, welches auf 20erley Weise geschehen kan, (davon aber nur 5 von einander verschieden sind, und unter diesen 5 Fällen einer ist, da das Dreyeck unbestimmt bleibet, welches hingegen in den 4 andern Fällen bestimmet ist). Es lehret uns die gemeine geradlinichte Trigonometrie

metrie diese 4 Fälle auflösen, bleibet aber dabey stehen, und höret damit auf.

Daß aber die practischen Feldmesser dabey meistentheils stehen geblieben sind, daß sie nur gezeiget haben, wie man Dreyecke machen müsse, welche sich blos aus ihren gegebenen Seiten und Winkele bestimmen lassen; davon mag wohl die Ursache seyn, daß sie wahrgenommen haben, der Nuze von diesen Aufgaben seye wirklich bey Berechnung der Gestirne noch gröser, als in der gesammten Feldmeßkunst. Und daraus siehet man gar leicht, diejenigen, welche sich um die Geometerie Mühe gegeben haben, seyen vielmehr darauf bedacht gewesen, der Sternkunst damit zu Hülffe zu kommen, als die Natur und wesentliche Eigenschafften der Dreyecke völlig zu ergründen.

Allein es lassen sich auser den Seiten und Winkeln annoch sehr viele andere Dinge in den Dreyecken, und zwar fast auf unzehlig viele Arten und Weisen in Erwegung ziehen. Denn man könnte zum Beyspiel bey dem Dreyecke auf den Umfang, den Raum, die Höhe, die Summe und

den

den Unterscheid der Seiten, die Summe oder den Unterscheid der Quadrate von diesen Seiten, Acht haben; und daher würde man viele verschiedene Arten heraus bekommen, wie man drey Theile von einem Dreyecke angeben könnte, welche dasselbige bestimmeten. Das würden aber Aufgaben seyn, so die gemeine Trigonometrie überstiegen. Es fehlet auch nicht an unvergleichlichen Meßkundigen, welche gezeiget haben, wie man dergleichen Aufgaben auflösen, und Dreyecke machen könne, bey welchen man drey von den erst angeführten Stücken als bekannt angibt. Man findet davon etwas bey dem Pappen von Alexandria, ingleichen im 16den und 17den Hauptstücke der von Briggen herausgegebenen logarithmetischen Rechenkunst des Neppers, ingleichen in des hochwohlgebohrnen Newtons allgemeinen Rechenkunst, auch andern mehr. Ferner liessen sich auch die Dreyecke durch gegebene Verhältnisse bestimmen, welche einige gerade Linien in einem Dreyecke haben müssen, wenn sie in demselbigen entweder mit dem gegebenen Winkeln multipliciret, oder

auf

auf eine andere Weise bestimmet werden, davon ich sogleich ein Beyspiel anführen werde. Weil sich aber ein Dreyeck annoch auf viele andere Arten, ingleichen durch andere von den vorhergehenden verschiedene Stücke bestimmen lässet: so will ich hier einige neue Aufgaben von dieser Gattung anführen, welche so wohl an und für sich, als auch um derjenigen Säze willen einen Nuzen haben werden, welche die Auflösungen dieser Aufgaben zum voraus sezen.

Und weil diese Aufgaben vornehmlich dahin abzielen, daß uns dadurch die Natur und die Eigenschafften der Dreyecke genauer bekannt werden möge: so will ich diese Betrachtung **Trigonoscopie** nennen, damit sie nicht mit der gewöhnlichen Trigonometrie für eines angesehen werden möge.

Der Herr Verfasser bringt darauf folgende Lehrsäze und Aufgaben an.

1. Saz. 1. Aufgabe.

Ein Dreyecke zu machen, dessen Grundlinie und die ihr entgegen stehende Winkel gegeben sind, und zwar dergestallt, daß (wenn die

Grundlinie in einem gewissen Punct nach der Verhältnis zweyer anderer gegebenen Linien getheilet wird, und von demselbigen Puncte zwey gerade Linien als die Seiten des Dreyeckes gezogen werden, welche mit ihnen zwey gegebene Winkel machen,) diese zwey gezogene Linien gegen einander eine gegebene Verhältnis haben.

2. Saz. 2. Aufgabe.

Wenn man von einem gewissen Dreyecke drey Puncte gibt, welche ähnliche entgegen gesezte Theile seiner Seiten sind, und eine gewisse Verhältnis gegen einander haben, das Dreyeck zu beschreiben.

3. Saz. 3. Aufgabe.

Ein Dreyek zu machen, davon drey Puncte ihrer Lage nach gegeben sind, welche nehmlich die Puncte von den Seiten eines gewissen Dreyeckes sind, in welchen drey Perpendicularlinien aus den entgegen gesezten Winkeln auf sie herunter gefället worden sind.

4. Saz. 1. Lehrsaz.

Wenn von einem jeden Winkel eines gewissen Dreyeckes auf die gegen überstehende Seiten Perpendicularlinien

linien gefället werden, welche 3. Puncte an den Seiten bestimmen, und solche durch gerade Linien zusammen gezogen werden: so wird ein jeder Winkel dieses neuen Dreyeckes, welches auf solche Weise entstanden ist, von diesen Perpendicularlinien in 2. Theile getheilet.

5. Saz. 4. Aufgabe.

Wenn drey Puncte gegeben werden, welche die Puncte der Seiten eines gewissen rechtwinklichten Dreyeckes sind, darinnen die geraden Linien auf sie fallen, die einen jeden Winkel desselbigen in 2. Theile theilen, dieses rechtwinklichte Dreyeck zu machen.

6. Saz. 2. Lehrsaz.

Wenn von einem gewissen Dreyecke jeder Winkel durch gerade Linien in 2. Theile getheilet wird, und ein neues Dreyeck daraus durch gerade Linien gezogen wird: so stehet die gröste Seite dieses neuen Dreyeckes, jederzeit dem grösten Winkel des zuvor angenommenen Dreyeckes, und seine kleineste Seite jenes seinem kleinsten Winkel gegen über.

7. Saz. 5. Aufgabe.

Ein Dreyeck zu beschreiben, davon die

eine Seite, einer von den daran liegenden Winkeln, und ein gewisser Punct derselbigen geraden Linie gegeben wird, aus welchen der gegen überstehende Winkel in 2. Theile getheilet wird.

8. Saz. 6. Aufgabe.

Wenn man von den Seiten eines gleichschenklichten Dreyeckes diejenigen drey Puncte angibt, darinnen die gerade Linien, welche die entgegen gesezte Winkel in 2. gleiche Theile eintheilen, auf sie fallen, so soll man das Dreyeck zeichnen.

9. Saz. 3. Lehrsaz.

Nimmt man auf einer gegebenen Linie einen Punct dergestallt an, daß der eine abgeschnittene Theil zu dem andern eben diejenige Verhältnis hat, wie 2. gegebene Linien gegeneinander, verlängert sie hernach also, daß die ganze Linie sich zu dem angesezten Theile auf eben solche Weise verhält; und beschreibet sodann mit der Linie von dem zuerst angenommenen Puncte, bis zu dem wo die verlängerte Linie aufhöret einen Circul: so werden die Schenkel aller Dreyecke, welche man auf der anfangs gegebenen Grundlinie auf-

aufrichtet, und welche ihre Spizen in dem Umfang dieses Circuls haben, in eben solcher Verhältnis gegen einander stehen.

10. Saz. 7. Aufgabe.

Ein Dreyecke aufzurichten, davon 3. Puncte gegeben werden, deren der erste die Mitte einer von den Seiten des Dreyeckes ist, der 2te ein Punct von eben derselbigen Seite, wo die gerade Linie daran stösset, welche den entgegen stehenden Winkel in 2. gleiche Theile zerschneidet, und der 3te ein Punct gleichfalls auf derselbigen Seite, welchen die von dem entgegen gesezten Winkel herab fallende Perpendicularlinie machet.

11. Saz. 8. Aufgabe.

Ein Dreyeck aufzurichten, darinnen die senkrechte Linie von dem einen Winkel auf die gegen überstehende Seite einer gewissen gegebenen Linie gleich ist; die gerade Linie aber, welche eben denselbigen Winkel in 2. Theile theilet, so gros ist, als eine andere gegebene Linie, und endlich die gerade aus eben diesem Winkel gezogene Linie, welche die gegen überstehende Linie gleich abtheilet,

die Gröſe einer dritten gegebenen Linie hat.

Alle diese Säze sind daselbst mit Auflösung und Beweis gehöriger masen versehen, auch manchmal Zusäze angehänget; zulezt ist noch gezeiget worden, wie viel man noch bey den Dreyecken erfinden könne, und daß es den Schein habe, ob kämen 84. Aufgaben heraus, wenn man in einem Dreyecke auf jeder seiner Linien 3. Puncte annimmet, davon einer ihre Helften, der andere wo die Perpendicularlinie von der gegen überstehenden Spize sie berühre, der dritte aber wo die den gegen überstehenden Winkel gleichtheilende Linie hinfalle, anzeiget; dahingegen nicht mehr als 20. verschiedene Aufgaben daraus entspringen. Er führet darauf noch 16. Gattungen (familias) von bestimmten Dreyecken an, daraus 678. Aufgaben vorgeleget werden könten. Und es liesen sich noch wohl andere mehr entdecken, als wenn man etwa finden wollte, in welchem Dreyecke die 3. Puncte, nehmlich die Helfte, wo die Perpendicularlinie aus der entgegen stehenden Spize, und die den gegen überstehenden Winkel gleichtheilende Linie aufstehet, auf einer Linie zusammen in eines fallen, ingleichen, in welchem Dreyecke solches auf allen Linien geschehe

he. Man würde wahrnehmen, das erste müsse ein gleichschenklichtes, das andere aber ein gleichseitiges Dreyeck seyn ꝛc. Doch dieses mag von der Trigonoscopie genug seyn. Auf eben diese Art aber lassen sich noch andere Wissenschafften mehr entdecken.

§. 3.

Weil nun in der Trigonometrie die Winkel aus den Linien und die Linien aus den Winkeln gemessen werden sollen (§. 2): so muste ein Mittel ausgedacht werden, dadurch sich entweder die Linien in Winkel, oder die Winkel in Linien verwandeln, und dadurch vorstellen liesen. Da aber bekannter massen die Winkel durch die Circulbogen, und also durch eine krumme Linie abgemessen zu werden pflegen, diese aber, wenn man ihre Gröse genau finden will, auf gerade Linien zu bringen nöthig ist: so war es am beqvemsten, die Winkel durch gerade Linien vorzustellen. Und daraus ist die Berechnung der sinuum und tangentium entstanden, dabey man den halben Durchmesser (radium) aller, sowohl groser als kleiner Circullinien durch einerley Zahl ausdrucket, und dadurch erhält, daß nach den Graden der Winkel und ihren Theilen, nehmlich den Minuten und Secunden, die sinus und tangentes der Winkel, oder vielmehr der Circulbogen, nach welchen sie gemessen

Von der Eintheilung der Trigonometrie und den daraus folgenden Regeln.

messen werden, eine ähnliche Gröse bekommen, das ist, sich durch eine bestimmte Zahl ausdrucken lassen. Und dieses machet den ersten Theil der Trigonometrie aus. Weil nun diese Linien zu dem Ende ausgerechnet worden sind, um in den Dreyecken aus 3. gegebenen Theilen die übrigen gar zu finden: so ist auch eine Anwendung derselbigen nöthig. Machet man solche auf die Dreyecke überhaupt: so entstehet daraus der 2te Theil der vor uns habenden Wissenschafft. Den dritten Theil aber machet gewöhnlicher masen die Anwendung auf die besondere Erfindung der Gröse gewisser Linien oder Winkel aus, welche hier und dar unter den wirklichen Dingen vorkommen. Wollte man aber dieselbige sogleich zu den Säzen, woraus sie fliesset, rechnen, welches etwa füglicher seyn möchte: so könnte man an deren statt dennoch noch eine Eintheilung der Aufgaben machen, wie sie sich durch die sinus oder tangentes auflösen lassen. Hieraus kan man folgende Regeln abnehmen:

1. Wenn man die Theile, in welche eine gegebene Wissenschafft zergliedert werden soll, recht treffen will: so muß man auf die Beschaffenheit der darinnen abzuhandelnden Sache genau acht haben. Ja eben

dieses

dieses muß bey allen Eintheilungen in Obacht genommen werden, wenn sie natürlich heraus kommen sollen. Ich seze man wolle wissen, wie viele Theile die Vernunfftlehre habe. Wer dieselbigen durch eine Vergleichung mit der Rechtsgelehrsamkeit oder Arzneykunst zu finden gedächte: der könte leichtlich auf etwas, wo nicht ungereimtes, doch seltzames verfallen. Wer sollte wohl einen Gefallen daran haben? wenn erstlich der Verstand anatomirt, hernach seine natürliche Beschaffenheit und die Richtigkeit seiner Wirkungen auf eine physiologische Art vorgeleget, darauf seine Krankheiten überhaupt und insbesondere sein Fieber oder Schwindsucht und dergleichen aus den Vorurtheilen, Ungewißheit 2c. pathologisch, ja wohl auch gar semiotisch gezeiget, darauf ferner die Art und Weise ihn gesund zu machen benebst den dazu erforderlichen Arzeneyen, deren chymische und physicalische Betrachtung vonnöthen seyn würde, artig vorgestellet, und zulezt wohl gar manch Formular geschickter Recepte für die Unbäßlichkeit des Verstandes an die Hand gegeben würde. Sonst waren wohl dergleichen Methoden angesehen, auch gäng und gäbe: aber heut zu Tage, da man in den Wortspielen keine Gründ-

lichkeit findet, möchte eine solche Frucht des Wizes nicht allenthalben Beyfall finden. Denn weil in der Vernunfftlehre nur eine Anweisung gegeben werden soll, wie man die Kräffte des Verstandes zur Erkenntnis der Wahrheit anzuwenden habe: so ist es am besten, wenn darinnen die verschiedenen Arten des Erkenntnißes, und die Mittel, darinnen zur Wahrheit zu gelangen, von einander unterschieden werden, und man also die Vernunfftlehre in die Erwegung und Uebung abtheilet. Fraget man wiederum, wie sich der Theil von der Uebung zergliedern lasse: so siehet man dabey 1. auf die Wahrheit selbst, und deren Gegentheil, nebst den verschiedenen Arten derselben, nehmlich die Gewißheit, Wahrscheinlichkeit rc. 2. auf die Mittel, welche zu der Wahrheit führen, welches die Erfahrung, die hergeleiteten Urtheile, die Bücher und der Unterricht sind; 3. auf dem richtigen Gebrauch dieser Mittel zu Erhaltung des Endzweckes.

Will man die Theile der geoffenbahrten Gottesgelahrheit richtig heraus bringen: so würde es nicht genug seyn, wenn man nur auf die vernünftige, und bishieher mit in die Hauptwissenschafft eingeruckt gewesene Lehre von GOttes Wircklichkeit seinen Eigenschaften und Werken sehen,

und

und nach einer Aehnlichkeit mit dieser jene einrichten wollte. Denn weil die geoffenbahrte aus der Offenbahrung hergeleitet werden soll: so ist ja nöthig, daß erstlich ausgemachet werde, welches denn die wahre Offenbahrung seye, und daß die Bücher derselbigen durchgegangen, auch ihre Uebereinstimmung mit den Grundwahrheiten der Vernunfft, und ihr Vorzug vor ihr, wegen der darinnen enthaltenen hohen und seligen Lehren, deutlich gezeiget, auch wider die Einwürfe gerettet werde; hernach müssen die geoffenbahrten Wahrheiten selbst in gewisse Gattungen abgesondert werden. Wenn man nun sogleich darauf siehet, daß einige etwas als richtig vorlegen, indem sie von der Seeligkeit und den dazu hinreichenden Mitteln, dadurch GOtt solche wircken will, handeln, andere aber das Verhalten der Menschen beschreiben, nach welcher sie theils die Gnade der Vergebung aller Sünden zu suchen und anzunehmen haben, theils aber die erlangte Versicherung sollen befestigen, und sich dadurch zu einem heiligen Wandel reizen lassen: so erkennet man hieraus, die Gottesgelahrheit lasse sich in die Glaubenslehren und Lebensregeln, welche aus dem Glauben fließen, oder in die lehrende (dogmatische) und sittliche (practische

(practische oder Moral) abtheilen. Folglich hat man, daferne die Wahrheiten von der Göttlichkeit und Auslegung der heiligen Schrifft, welche die so genannte Hermenevtic und Auslegungslehre (Exegesin) ausmachen, dazu nimmet, drey Theile derselbigen, wenn man diese beyde Stücke, welche mit der Auslegung zu thun haben, als eines ansiehet. Diese bekommt aber dadurch wieder neue Theile, wenn die Säze von der Nothwendigkeit und Kennzeichen einer Offenbahrung, die allgemeine Schrifftlehre, u. wenn die Anwendung derselbigen auf die Bücher des alten und neuen Bundes die besondere genennet werden. Denn bishieher hat man dieses in die lehrende Gottesgelahrheit gebracht, als ein Vorbericht derselbigen angesehen, und daher das, was eigentlich eine besondere Wissenschafft ausmachen sollte, noch nicht mit seinem Nahmen zu nennen gepflogen. Und hierinnen bestehet der erwegende (theoretische) Theil der Hermenevtic. Der andere übende (practische) aber begreifet erstlich diejenigen besondern Regeln, nach welchen die heilige Schrifft erkläret werden muß, welche zum Theil bishieher mit in die Vernunfftlehre gezogen worden, aber davon unterschieden sind, weil in jener eigentlich nur allgemeine

ne Regeln von Auslegung der mit Verstand geschriebenen Bücher vorkommen, hier aber dieselbigen nicht, wie offt in den hermenevtischen Schrifften zu geschehen pfleget, wiederhohlet, sondern nach den besondern Umständen, die bey der göttlichen Offenbahrung vorkommen, eingerichtet werden sollen. Hernach soll dieser Theil auch billig eine Einleitung in die heilige Schrifft, Zergliederung derselben nach ihrem Zusammenhange, und Erläuterung der nöhtigsten und schwehrsten Stellen in sich begreiffen.

Doch das mag zum Beyspiel von der Eintheilung der Wissenschafften genug seyn. Man siehet aber hieraus abermahls, wie ungereimt es seyn würde, wenn man die Hermenevtic blos auf eben diejenige Art eintheilen wollte, wie die Vernunfftlehre, und wenn man von göttlichen Begriffen, geistlicher Erfahrung 2c. darinnen handeln wollte. Denn dieses würde in eine Wissenschafft gehören, daran bishieher noch nicht gedacht worden ist, und welcher man den Nahmen der göttlichen Vernunfftlehre beylegen könte. Darinnen würde ferner von der göttlichen Gewißheit, der Versicherung des Gnadenstandes, der Salbung, oder mehreren Befestigung, dem Lehren des Geistes 2c.

zu handeln seyn; und solche würde sich auf eine geistliche Seelenlehre gründen, von der sittlichen Gottesgelahrheit aber doch noch unterschieden seyn.

Die Eintheilung der Trigonometrie lehret uns ferner dieses:

2. Einerley Wissenschafft lässet sich verschiedentlich eintheilen, je nachdem man die darinnen abzuhandelnde Sache nach ihrer innern oder äusern Beschaffenheit betrachtet. Die erstere aber ist ein richtigerer Grund der Eintheilung, als die leztere. Wir wollen von der erst erwehnten göttlichen Vernunfftlehre so gleich etwas zum Beyspiel nehmen. Sie müste nehmlich eine Wissenschafft von der rechten Anwendung der göttlichen Gnadenwirkungen in den Verstand der Menschen zur Erkenntnis der himmlischen Wahrheiten seyn. Die abzuhandelnde Sache ist demnach der Gebrauch göttlicher Erleuchtung. Seine innere Beschaffenheit kommt auf die verschiedene Dinge an, welche erkannt werden müssen, auf die dazu nöthige Kräffte und deren Anwendung, ingleichen die dazu gehörige Mittel, auch auf die Uebung der erlangten Fertigkeiten. Die äusere Beschaffenheit aber gehet auf die Verschiedenheit der Menschen, welche entweder annoch

zu dem Glauben zubereitet werden, oder denselbigen bereits erlanget haben. Will man nun die göttliche Vernunfftlehre in ihre Theile abtheilen, und also bestimmen, was man darinnen für Stücke nach einander durchzugehen habe: so könte man sowohl dieselbige 1) in die Lehren von der Erweckung zum Glauben, und 2) der Befestigung desselbigen; als auch in den Unterricht 1) von den zu erkennenden Wahrheiten, nehmlich den Begriffen der zu dem wahren Heil gehörigen Dinge, den allgemeinen und besondern bedingten und unbedingten rc. Säzen der heiligen Schrift, Erfahrungs- und Glaubenswahrheiten, der richtigen Zueignung der geoffenbahrten Lehren nach dem verschiedenen Zustande des Gemüthes, 2) von der Anwendung der Kräffte und Mittel zur Aufmerksamkeit, auf das was einen trifft, zur beständigen Bewahrung einer Ueberzeugung und Begierde, zur öffteren Erinnerung der ehemahls erfahrnen und erkannten Wahrheit, zur sorgfältigen Prüfung des gegenwärtigen, und Einsicht des vorhergehenden oder bevorstehenden Zustandes, zur unpartheyischen Beurtheilung sein selbst und anderer, zur völligen Genehmhaltung des geoffenbarten Willens GOttes, zur mehreren Bestärkung rc. 3) von der Uebung der erlangten

langten Fertigkeiten, zu seinem eigenen und gemeinschafftlichen Nuzen im Lehren, ermahnen, widerlegen ꝛc. darinnen das meiste von der bishieher also genannten göttlichen Predigergelehrsamkeit (theologia pastorali), und der Grund der Predigerkunst (homiletica) gehörte. Vergleichet man nun diese zwey Arten der Eintheilung mit einander: so soll man alsobald wahrnehmen, daß bey der ersten verschiedenes zweymahl angebracht werden müsse, weil bußfertige und gläubige zuweilen einerley Vortheile zu gebrauchen haben, der eine Theil aber von jenem, und der andere von diesem handelt; bey der lezten Eintheilung aber würde doch alles angebracht werden können, was die erstere auch erfodert, und doch der Unterscheid der Menschen nach ihrem verschiedenen Zustande nicht ausgesezet bleiben.

§. 4.

Regeln aus dem 1sten Theil der Trigonometrie.

Es ist nunmehr einmahl Zeit, daß wir uns zu der vor uns habenden Wissenschafft selbst wenden, und zwar

1) aus dem ersten Theil derselbigen die daraus zu lernende Regeln aufsuchen, nach welchen sich der Verstand bey Erkenntnis neuer Wahrheiten zu richten pfleget. Hierbey kommt zu allererst vor, daß man dem halben Durchmesser (radium) aller

aller Circulbogen durch eine bestimmte Zahl ausdrucket, damit man die übrigen gleichergestalt in gewissen Zahlen angeben kan. In der Geometrie pfleget man sich mit einer kleinen Zahl zu behelfen, den Durchmesser damit anzudeuten, weil man ihn nur mit dem Umfang des Circuls zu vergleichen suchet: aber hier sollen für so viele mögliche Winkel die sinus gesuchet werden, die manchmahl nur um eine Kleinigkeit unterschieden seyn müssen, daher nimmt man eine grösere Zahl in diesem Fall an. Wir lernen daraus

1. Wenn man in Wissenschafften weiter fortkommen wil; so kan man die willkührlichen Säze gar nüzlich gebrauchen, ja zuweilen ihrer gar nicht überhoben seyn. In der Naturlehre hat sich bishieher gezeiget, was solches zu sagen habe. Was würden wir wohl von dem Weltbau und den darinnen sich ereignenden Begebenheiten, dem Lauf der Gestirne, der Erhaltung der Sonne rc. zu sagen wissen, wie solte man Donner Bliz, Hagel, Nebensonnen, Höfe u. d. g. als natürliche Lufftterscheinungen erklären können, wenn man nicht seine Zuflucht zu Meinungen genommen hätte? Warum thut man aber dieses in andern Wissenschafften nicht auch nach? In der Psychologie, oder Lehre von der

Seele, hat man zwar angefangen, aber es hat einen allzugewaltigen Aufstand erreget, da doch gleichwohl nöthig wäre, ein und den andern willkührlichen Saz hinein zu bringen, um den Ursprung einiger Neigung, als etwa der beyderley Geschlechte gegen einander richtig zu erklären. Bey der Auslegung schwerer, oder einiger maßen dunkler Stellen, hat man solche bishieher auch so gar in Absicht auf die heilige Schrifft zu gebrauchen für nöthig und nüzlich erkannt, wie denn der gelehrte Vitringa in seiner Erläuterung des Prophetens Jesaia deswegen so wenig getadelt wird, daß man ihn vielmehr lobet. Ob sie aber auch in andern biblischen Büchern statt finden, wird folgendes Beyspiel bezeugen. Wenn Paul in dem 2ten Brief an die Corinther im 1sten Cap. im 21sten und 22sten Vers schreibet: GOtt ists, der uns befestiget, samt euch in Christum, und gesalbet, und versiegelt, und in unsere Herzen das Pfand, den Geist gegeben hat; die Begriffe aber dieser Gnadenwohlthaten sonst nicht erkläret: so muß man mit einem willkührlichen Saze der Auslegung zu Hülfe kommen. Gesezt nun, daß die Aehnlichkeit der Worte befestiget und versiegelt, ingleichen gesalbet und den Geist gegeben, einen darauf führete,

daß

daß in dem 21sten Vers von dem Anfange, im 22ten aber von dem Fortgang der göttlichen Gewißheit die Rede seye: so könte er auf den willkührlichen Saz kommen, in jenem Vers werde von der Versicherung der Vergebung der Sünden in der Rechtfertigung, und dem damit verknüpften Aufschluß mehrerer göttlichen Wahrheiten durch die Erfahrung und Erleuchtung, benebst der dadurch gewirkten allerley göttlichen Krafft zum Glauben und heiligen Leben gehandelt: in diesem aber bedeute die Versiegelung die Ueberzeugung eines Gläubigen, daß er in dem Stande der Gnaden stehe, auch darinnen bleiben werde, der Geist hingegen die lebendige Hoffnung des ewigen Lebens, nebst dem rechten daraus fliessenden Ernst in der Heiligung. Wollte man solches mit den vorhergehenden und folgenden Worten dieses Briefes, ingleichen mit der Erfahrung der also begnadigten Seelen zusammen halten: so würde sichs ergeben, ob dieser willkührliche Saz seine Richtigkeit habe. Ein anderes Beyspiel von dem Nuzen der Meinungen wird gleich angebracht werden.

2. Vornehmlich haben die willkührlichen Säze, darinnen eine nach Gutbefinden angenommene Eintheilung enthalten ist, in solchen Fällen statt, da

eines aus dem andern bestimmet werden soll. Die Strafen gewisser Verbrechen, als des Diebstahls und der Raubereyen, ingleichen des Ehebruchs und der andern Unreinigkeiten, werden nach Beschaffenheit eines jeden Staats eingerichtet. Bey diesen Lastern kommen verschiedene Grade vor, davon ein jeder, um die Billigkeit beyzubehalten, nach einer gewissen Verhältnis mit seiner Ahndung angesehen werden muß. Will man demnach die schikliche Strafe auf einen jeglichen vorkommenden Fall ausfündig machen: so ist nöthig, beydes die Versündigungen, nach ihrem mehrern oder geringern Ausbruch, ingleichen die Beschaffenheit der Persohnen, welche mehr oder weniger dazu geneiget sind, genau einzutheilen, oder auch von der Strafe selbst mehrere Grade zu sezen. Auf solche Art wird man ausmachen können, wie man einen Armen, der dabey faul ist, auch etwas geringes, welches er jedoch nicht wieder zu geben im Stande ist, gestohlen hat, bestrafen muß, wie man hingegen einen, der in der Absicht ein Haus an sich zu bringen, darein eingebrochen ist, und die Einwohner desselbigen, durch diese Furcht der Unsicherheit daraus getrieben hat, anzusehen habe. Wenn auf den Ehebruch beyderseitigen Eheleute mit

einander

einander das Schwerd gesezet wird; die entfernte Gelegenheit dazu aber der freye Umgang der Leute ist, welchen die Gewohnheit eines Ortes eingeführet hätte: so wird sich aus jenem Grade der Strafe auch einer für den freyen Umgang verehligter Personen, als etwa, wenn sie einander küssen rc. bestimmen lassen.

3. Die willkührlichen Säze der einen Wissenschafft, müssen mit den willkührlichen Säzen einer andern zwar nicht völlig überein kommen; es ist aber doch gut, wenn eine Aehnlichkeit darinnen ist. In der Geometrie wird der Radius nur durch 100 in der Trigonometrie aber mit 10 000 000 ausgedruckt, und dieses ist beqvemer, als wenn man die Verhältnis der alten wie 7 zu 22 behält. Daher siehet man auch, daß sich die willkührlichen Säze der Arzneykunst nach den willkührlichen Säzen der Naturlehre billig richten sollen.

Was die Berechnung der sinuum und tangentium selbst betrifft: so ist der einzige sogleich in die Augen fallende sinus, der von 30, und der einzige tangens, der einem sogleich bekannt wird, der von 45 Graden, und das ist wenig genug, so viele daraus zu entdecken. Daran aber kehret man sich nicht, sondern suchet nur immer einen aus dem andern, und findet sie endlich alle zu-

sammen. Wenn man nun zulezt auf Kleinigkeiten geräthet: so verfähret man dabey, die grose Beschwehrlichkeit, welche doch nur wenig Nuzen bringet, zu vermeiden, nicht allzu genau. Daraus lernen wir

4. Wird uns zuerst nur eine Wahrheit bekannt: so können wir durch richtigen Gebrauch derselbigen immer auf mehrere gerathen, von deren etlichen man kaum solte geglaubet haben, daß ihre Entdeckung möglich wäre. Seit dem das Erfinden der Wahrheiten wiederum in den Schwang gekommen ist, und man statt des zuvorgewohnten Nachsagens und Ausschreibens, sich in den Vernunfftschlüssen besser geübet hat: so sind ganz neue Wissenschafften aufgekommen, und man hat aus einem einzigen Saze ganze Bücher herausgebracht. Ich darf mich hiebey nur auf das oben (§. 2). angezogene Beyspiel der neuen Trigonoscopie berufen, so kan ich dessen entübriget seyn hier ein anderes anzuführen.

5. Wo an der ganz genauen Bestimmung einer Wahrheit so gar viel nicht gelegen, sondern der Fehler nicht einmahl merklich ist; da hat man nicht Ursache, um dieselbige sich so viele Mühe zu geben. Dieses findet

det nicht allein in Geschichten und Erzehlungen statt, wenn manchmal ein und anderer Umstand der allergenauesten Untersuchung nicht einmahl werth ist; sondern auch in Säzen, an deren grösten Richtigkeit so viel nicht gelegen ist, als was etwa in der Lehre von den Geistern die Erscheinungen, in der Lehre von den Elementen, die ihnen von dem Herrn von Leibniz beygelegte Vorstellung betrifft, und dergleichen.

§. 5.

Weil die sinus und tangentes durch grose Zahlen ausgedrucket werden, deren die meisten aus 8 oder wohl noch mehreren Ziffern bestehen, in der Proportionsrechnung aber solche mit einander multipliciret und dividiret werden müssen, welches viele Beschwehrlichkeit verursachet: so sind für dieselbigen die so genannten Logarithmi gefunden worden, deren man sich bey der erst erwehnten Art zu rechnen bedienet. Und damit die gemeinen Zahlen, dadurch die Gröse der Linien ausgedrucket wird, hier keine neue Schwierigkeit verursachen mögen: so brauchet man auch statt derselbigen dergleichen Zahlen. Allhier haben also die mit groser Kunst erfundene und mit erstaunlicher Mühe ausgerechneten logarithmi, welche in der Rechenkunst darein sie eigentlich gehören, wenig zu Fortsezung.

brauchen sind, ihren vielfältigen Nuzen. Möchte man doch daraus abnehmen daß

6) Die Wahrheiten, welche in einer Wissenschafft ganz fruchtlos scheinen, doch in einer andern recht vortheilhafft angewendet werden können. Die Entdeckungen in der Naturlehre, welche durch Erfahrungen und Versuche heraus gebracht werden, sollten billig in der Arzneykunst, und die von der Seele in der Gottesgelahrheit höher getrieben, und besser gebraucht werden. Wer sich Mühe gibt es zu thun, dem werden auch schon die dazu gehörigen Mittel offenbahr.

7) Wird aber in einer Wissenschafft etwas gar schweer zu finden, so kan man seine Zuflucht zu einem Hülffs- und Erleichterungsmittel nehmen, welches eine andere Wissenschafft an die Hand gibt. Damit dieses desto besser von statten gehe: so muß einer recht bedencken, was er vor sich habe, und was er suchen soll. Es hat ein Vortheil aus der Zeichenkunst offtmahls schon Auflösungen und Beweise in Algebra leicht gemacht, und ein bequemer Ausdruck vielen Weitläufftigkeiten im Erklären und Schliessen vorgebeuget. Die Ausrechnung der sinuum und tangentium, hat auch zu den secantibus sinibus

versis

versis, ingleichen den Complementis der Sinuum, tangentium und secantium, oder so genannten Cosinibus &c. Anlaß gegeben, welche man bißhieher bey den Dreyecken noch nicht sonderlich hat brauchen können. Daraus kan man abnehmen

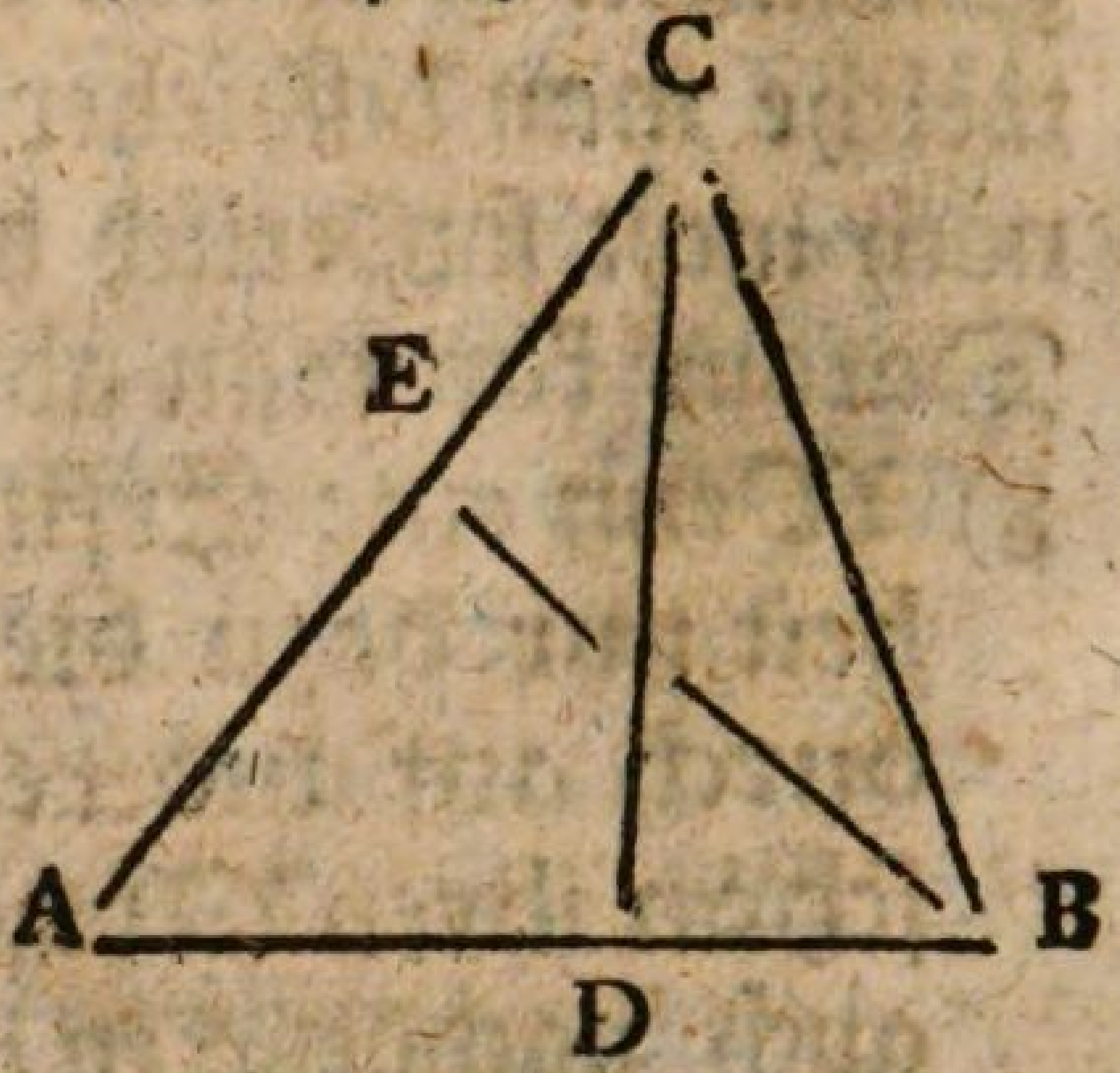
8) Wenn eine Erfindung oder Wahrheit nur dazu dienet, daß man dadurch auf andere komme: so hat sie schon ihren Nutzen. Doch kan man auch nachdencken, ob sie nicht weiter zu brauchen sey, und dadurch wohl auf etwas neues gerathen. Manchmahl aber verachtet man Säze, welche nicht offt gebrauchet werden, und hindert sich dadurch unvermerkt, an einem weitern Fortgang in seiner Erkentniß.

§. 6.

Regeln aus dem andern Theil der Trigonometrie.

Nun folget in dem andern Theil der Trigonometrie die Anwendung der gefundenen sinuum und tangentium auf die Dreyecke und deren Theile, darinnen theils bey dem Grunde, theils bey der Beschaffenheit derselbigen manches zu merken vorkommt. Der eigentliche Grund, warum man mit sinibus und tangentibus rechnen kan, bestehet in der Aehnlichkeit der Dreyecke, welches bey dem spizwinklichten Dreyecke sich am allerdeutlichsten veroffenbaret. Denn wenn man in demselbigen aus zweyen Spizen Perpendicularlinien

auf die gegen überstehende Seiten, als hier in dem Dreyecke ABC, aus C nach D und aus B nach E fället: so entstehen darinnen 2. rechtwinklichte einander ähnliche Dreyecke, AEB, und ADC, als welche einen Winkel A gemein, beyde aber noch rechte Winkel E und D dazu, folglich auch den dritten ACD = ABE haben.



Diesemnach lässet sich folgendermassen schliessen: Wie die eine perpendicularlinie EB sich verhält zu der andern CD, also verhält sich auch die eine Seite des gegebenen Dreyeckes AB zu der andern AC, und so auch umgekehret AB : AC = EB : CD. Nun bleibet dabey die dritte Seite des Dreyeckes CB der Radius, die beyden Perpendicularlinien aber geben die sinus der 2 daran liegenden Winkel ab, nehmlich CD ist der sinus von CBA, und EB der sinus von ACB. Hieraus siehet man was eigentlich die sinus der Winkel in den Dreyecken seyen, nehmlich Perpendicularlinien aus den Spizen derselbigen, welche nach einem gewissen radio gerechnet werden. Andere, welche scharfsinnig genug dazu sind, mögen diese Gedanken prüfen.

Wo

Wo mit den tangenten gerechnet wird, da sind schon ähnliche Dreyecke vorhanden, und wo sinus totus und tangens zusammen kommen, da brauchet man gar nur ein einziges rechtwinklichtes Dreyeck, dessen Seiten aber auf zweyerley Weise, nehmlich einmahl der bestimmten Gröse, das andere mahl aber ihrer Verhältniß nach betrachtet werden. Auf solche Weise wird die ganze Trigonometrie auf die gar gewöhnlichen und leichten Säze der Geometrie hinaus geführet, welche hingegen an sich schweer zu seyn scheinet. Wir mögen dabey abnehmen daß

1. Der wahre Grund einer Sache zuweilen durch einige Umstände ganz verstecket wird, den man aber bald heraus bringen kan, daferne man nur die fremden Umstände wegläßset, hingegen die wahren dazu nimmt, und in genaue Erwegung ziehet. Hieselbst machet das alle Schwierigkeit, wenn man die sinus gegen die Winkel, (allein betrachtet, nicht aber, wie sie in den Dreyecken vorkommen,) halten will.
2. Die Entdeckung des wahren Grundes einer Wahrheit, erleichtert das Begreiffen und Beweisen derselbigen gar merklich. Man erinnere sich dabey nur, was für einen Aufschluß das sogenannte dictum de omni & nul-

lo

lo in die Arten zu schliessen gibt, so wird man ein hinreichendes Beyspiel daran haben.

3. Einerley Sache, lässet sich manchmahl in verschiedener Absicht, auf mehr als eine Weise ansehen, und dadurch kan man eine neue Beschaffenheit derselbigen finden. Wer den Unterscheid der deutlichen und undeutlichen Begriffe genau eingesehen, und hernach erlernet hat, wie man die eine Art derselbigen heraus bringet: dem wird auch leicht bekannt werden, wie er die andere Art zu entdecken habe. Ingleichen wem, bekannt ist, welche Begriffe undeutlich bleiben müssen, der wird auch leicht wahrnehmen, welchen Grad der Deutlichkeit man bey einem gewissen Begriffe erreichen könne.

In den Dreyecken, bleibet aus dem vorhin angezeigten Grunde, zwischen den Seiten und Winkeln eine bestimmte Verhältnis, und lassen sich so gar durch die blossen Winkel die Seiten, wiewohl nur ihrer Verhältnis nach bestimmen. Weil nun in den vorigen aus der Meßkunst hergeleiteten Regeln (§. 9 in der 10den und 11ten Regel) die Winkel mit solchen Wahrheiten verglichen worden sind, welche zwar einige, aber keine völlige Verbindung oder Bestimmung haben; so kan man hingegen

gen die Dreyecke nunmehr mit den Lehrbegriffen vergleichen, und das gibt folgende Regeln.

4. Wenn Wahrheiten in einen richtigen Lehrbegriff zusammen gebracht werden: so sind sie nicht mehr so unbestimmt als vorher; lassen sich auch nicht hin und her drehen, sondern bleiben wie sie einmahl sind beständig. Dadurch werden also die unnöthigen Streitigkeiten aus den Wissenschafften, benebst den verschiedenen Meinungen, welche sonst angesehene Männer darüber haben, hinweg gebracht, und es wird eine völlige Uebereinstimmung erhalten. Viele gelehrte haben schon eingesehen, daß dieses die wahre Ursache seye, warum die Meßkundigen nicht leicht mit einander in Zwistigkeit gerathen, und daß sich auf eben solche Weise die Einigkeit auch in den übrigen Wissenschafften erhalten lasse. Will man demnach eine auf verschiedene Weise beantwortete Frage richtig entscheiden: so muß man die dazu gehörige Wahrheiten in eine richtige Verbindung bringen.

5. Wenn das gegebene das zu erfindende besser und eher bestimmet; so wird die Erfindung weit leichter: hingegen darf man an der Möglich-

lichkeit etwas zu erfinden nicht sogleich verzweiffeln, wenn die bißher gegebene Gründe eben nicht die aller natürlichste Beziehung auf die zu entdeckende Wahrheit haben. Man hat um desto mehr Ursache alle noch übrige Bestimmungen aufzusuchen, und wenn man einsiehet, daß keine mehr möglich sind, alsdenn kan man erst ein gegründetes Urtheil davon fällen. In Algebra hat man genaue Regeln ausgemachet, daraus man entscheidet, ob eine Aufgabe bestimmt seye, oder ob sie sich auf mehrere Arten auflösen lasse. Daß aber in den sogenannten höhern Facultäten biß hieher so manches nützliche noch nicht entdecket worden ist, rühret meistentheils davon her, daß man die bekannten Gründe noch nicht also anzuwenden gesuchet hat, wie die Meßkundigen mit den ihrigen verfahren.

§. 7.

Fortsezung desselbigen.

Was die Beschaffenheit der Anwendung von den sinibus und tangentibus betrifft, so siehet man darauf, ob die Winkel den Seiten gegen über stehen, oder ob sie zwischen denselbigen enthalten sind; ingleichen, ob die Seiten den Winkeln gegen über oder an denselbigen liegen. Nach Verschiedenheit dieser Fälle rechnet man mit

sini-

sinibus oder tangentibus. Daraus lernet man

6. Aufgaben, dazu das eine mahl andere bekannte Umstände angegeben werden, als das andere mahl, lassen sich nicht auf einerley Weise auflösen. Gesezt man solle einem einen Begriff von einer Sache beybringen. Hier können die Umstände, sowohl in Absicht auf die Person, als auf die Sache, verschieden seyn. Ist die Person an keine deutliche Begriffe gewöhnet: so muß man alles, so viel möglich ist, auf die Empfindung hinaus führen, sonst wird ihr die aller genaueste Erklärung undeutlich vorkommen. Hat sie schon Begriffe, welche sich dazu brauchen lassen, ihr Merckmahle anzugeben: so muß man auch auf die Nahmen, welche sie damit zu verbinden pfleget acht geben, damit man ihr nicht eine fremde Sprache rede. Ist die Sache sinnlich: so muß man ihr entweder die Empfindung davon erregen, und in Cörperlichen Dingen ein Model, oder sie selbst vorzeigen, in andern aber ein Beyspiel vorlegen; oder doch solche Merkmahle angeben, davon sie einzeln eine Empfindung gehabt hat, und welche sie durch die Einbildungskrafft zusammen bringen mag.

7. Wo eine Aehnlichkeit zum Grunde lieget, da kan man immer von dem einen auf das andere schliessen. Man vergleiche hiemit, was bereits in der lezten Regel aus der allgemeinen Meßkunst davon stehet. Dieser Saz hat seinen wichtigen Nuzen, wenn die Weltweisheit auf die höhern Facultäten angewendet wird, als in welchen zu den philosophischen Säzen öffters nur einige mehrere Einschränkungen hinzukommen, welche die Wahrheiten zwar verschieden machen, aber doch ähnlich lassen. Untersuchet man nun, was für ein neues Merkmahl zu den Begriffen der Philosophie hinzugekommen seye, dadurch sie in Begriffe der höheren Facultäten verwandelt worden sind, ingleichen auf was Weise die Säze verändert worden seyen: so darf man eben denselbigen Unterscheid nur auch zu andern Begriffen oder Säzen hinzufügen; da denn sogleich etwas neues daraus entstehet.

Gleichwie man aber in den Dreyecken aus den Winkeln die Linien, und hingegen umgekehrt, aus den Linien die Winkel durch Hülfe der Trigonometrie findet; und bereits oben §. 6. dieser Regeln die Aehnlichkeit zwischen den Dreyecken unb Lehrbegriffen angegeben worden ist: also

8. Be-

8. Bestimmet in einem Lehrbegriffe immer eine Wahrheit die andere, und darf man daher jemanden, der denselbigen verstehet, nur etwas als bekannt angeben, so ist er im Stande, wenn er die Lehrart verstehet, das übrige heraus zu bekommen. Daher scheinet es offt, als wisse man die Sache schon, ob man sie gleich noch nie durchgedacht hat; und dieses wird ein kurzer Weg, geschickten Köpfen vieles mit Ersparung der Zeit beyzubringen.

Insbesondere kommen einige Kunststücke, bey der Anwendung der sinuum und tangentium auf die Erfindung der Winkel, sowohl wenn 2 als auch alle 3 in einem Dreyecke gesuchet werden sollen, zu bemerken vor. Man hilfft sich nehmlich durch Verlängerung der Linien, und gezogene Perpendicularen. Als wenn einer aus 2 gegebenen Seiten eines Dreyeckes, und dem dazwischen enthaltenen Winkel, die übrigen beyden Winkel finden will: so siehet er bald, daß er mit den sinibus nichts anfangen kan, weil diese erfodern, daß die gegen überstehende Theile bekannt seyn müssen. Was war also übrig? Die Summe der beyden Winkel konnte sogleich, sowohl arithmetisch durch das Addiren, als geometrisch durch Verlängerung einer Seite gefunden werden. Die 2

Winkel selbst daraus zu entdecken, war nöthig den Unterscheid oder dessen Helffte zu finden. Und dieses konnte durch die tangentes geschehen. Denn weil der Winkel am Mittelpuncte doppelt so gros ist, als der an dem Umfang des Circuls, in einem halben Circul aber leicht ein rechter Winkel zu ziehen ist: so konnte hier dadurch sogleich der tangens der halben Summe heraus gebracht werden. Nun war ein Dreyeck da; wurde noch ein ähnliches dazu gezogen, so ließ sich von den Seiten des einen, auf die Seiten des andern schliessen, und auf solche Weise entstunde der tangens des halben Unterscheides. Diese Art zugedenken muß einer brauchen, welcher die oben angeführte Aufgabe auflösen will. Hieraus lernet man.

9. Wer etwas finden will, dazu das angegebene allein nicht sogleich hinreichend ist; der muß sich auf andere bekannte Wahrheiten besinnen, an welchen ihn die genaue Betrachtung dessen, was er vor sich hat erinnern kan, und sie damit verbinden. Wir wollen sezen, es soll jemand den Begriff eines Wortes suchen, den derjenige nicht erkläret, welcher sich desselbigen bedienet, und welchen doch der Zusammenhang nicht genug=

genugsam bestimmet. Gesezt, der Ausdruck sey verblümt, oder der Verfasser brauche ihn an einem andern Orte: so wird dieses schon Anlaß geben, richtige Gedanken mit diesem Worte zu verbinden.

10. Ist man auf die nöthigen Gründe, welche zu einer Erfindung gehören, ordentlich gekommen: so müssen dieselbigen nun auch mit dem bereits bekannten verbunden werden. Als in unserm Beyspiel, müssen die aus einer andern Stelle, oder dem in dem verblümten Ausdruck, liegenden Gleichniß hergenommene Merkmahle in den zu erklärenden Begriff hinein gebracht, und was sie nun für einen Verstand herausbringen, untersuchet werden.

Weil in der Auflösung der andern Aufgabe, von der Erfindung der 3 Winkel aus den 3 gegebenen Seiten, eben dieses lieget: so ist nicht nöthig, davon etwas mehr zu gedenken, sondern nur überhaupt aus der bestimmten Verhältniß der Seiten und Winkel in den Dreyecken gegen einander, besonders der 3 Seiten durch die 3 Winkel noch dieses zu bemerken.

11. Wo eines das andere völlig bestimmet; da darf man nur die Einschränkungen des einen wissen, so kan man des andern seine Schran-

ken daraus gar bald ausfindig machen. Es ist dieses bey allen Säzen wahrzunehmen, indem der Begriff des Vordergliedes, den Begriff des Hintergliedes bestimmet, und hingegen umgekehret, auch der Begriff des Hintergliedes den Begriff des Vördergliedes einschliesset. Dieses ist der Grund warum Säze allgemein oder besonders sind. Denn eigentlich müssen Vorder- und Hinterglied einander gleich seyn: hat nun das Vorderglied einen weitläufftigeren, das Hinterglied aber einen engeren Begriff; so muß jener eingeschränket werden, und weil in ihm selbst nichts dazu enthalten ist, muß es durch das Zeichen, wodurch der Saz zu einem besondern wird, (signum particularitatis) als etwa das Wort einige ꝛc. geschehen.

12. Wo hingegen eines das andere nicht völlig bestimmet: da geben die Einschränkungen des einen, die Schranken des andern nur einiger massen an, und haben mehrere statt, nach welchen sich das eine bestimmen lässet. So gehet es, wenn der Begriff des Vordergliedes enger ist als der Begriff des Hintergliedes, als wenn etwa jenes eine einzele Sache (individuum) ist, da sich als-

denn

denn das Hinterglied zu mehrern dergleichen oder ihm ähnlichen Vordergliedern sezen lässet. Als wenn man saget: Tribonian war ein Rechtsgelehrter, so enthält der Begriff dieses Mannes alle besondere Umstände seines Lebens in sich, und unter andern auch diesen, daß er zu einer Fertigkeit gelanget ist, Rechtshändel nach den Gesezen zu entscheiden. Eben dieses aber lässet sich von gar vielen andern Personen sagen, welche in dieser Wissenschaft es auch hoch gebracht haben.

§. 8.

Von der Trigonometrie ist annoch der dritte Theil übrig, darinnen nach der erstern von den oben gemachten Eintheilungen, die besondere Anwendung auf das Finden gewisser, so wohl bey dem Feldmessen, als Ausrechnung des Circuls und Transporteurs, vorkommenden Linien und Winkel gemacht wird. Hier ist zu merken, daß was in der Geometrie ganz leicht ist, nehmlich die Weite zweyer Orte, zu welchen beyden man kommen kan, zu messen, in der Trigonometrie schwerer wird, weil der dabey bekannte Winkel zwischen die 2. Seiten hinein fällt; da hingegen wenn man nur zu einem Orte kommen kan, 2. Winkel gemessen werden müssen, aus denen der dritte, welcher der bekann-

Regeln aus dem dritten Theile der Trigonometrie.

kannten Seite gegen übersteheт, sogleich abzunehmen, und die Weite selbst leicht zu finden ist. Gleichwohl aber nimmt man die 2. Seiten, wenn man sie haben kan, lieber, indem sich bey den Winkeln, zumahl in einer grosen Entfernung, mercklicher fehlen lässet. Daraus erhellet

1) Es gibt mehrere Wege, einerley Sache zu finden, davon einer wohl leichter, der andere aber weit richtiger ist. Eben dieses hat bey den Beweisen statt. Ein abführender Beweis ist offtmahls gar leicht zu fassen, der gerade hingegen erfodert mehrere zum voraus bekannte Säze, und eine grösere Anzahl Schlüsse. Wer das in dem vorhabenden Fall schicklichste Mittel erwehlen will, der muß auf die Umstände sehen, welche ihn veranlassen, dieses oder jenes zu gebrauchen.

2. Was in der einen Wissenschafft sehr leicht ist, das kan in der andern weit schwerer werden, wenn es darinnen in einer andern Verbindung vorkommet. In der geoffenbahrten Gottesgelahrheit, darf man sich öffters auf die Erfahrungserkenntnis beruffen; als etwa bey dem Beweis, daß die Schrifft GOttes Wort sey, da der Heiland selbst als ein dienliches Mittel zu einer Ueberzeugung davon zu gelangen, vorschluge,

den

den Willen dessen der ihn gesandt hat, zu thun, oder es mit dem in der Schrifft angegebenen Wege zu versuchen, ob er auch dahin führe, wohin er bringen soll. Will man hingegen aus Gründen der Vernunfft die Göttlichkeit der Bücher des alten und neuen Bundes darthun: so gehören ungemein viele Säze dazu.

Die Verhältnis des Durchmessers zu dem Umfang des Circuls, wird durch Weglassung einer Kleinigkeit heraus gebracht, und bey Verfertigung des geradlinichten Transporteurs, siehet man gleichfals nicht darauf. Um deswillen treffen beyde nur bey nahe zu, werden aber auch für nichts anders ausgegeben.

3. Was sich auf einen wahrscheinlichen Saz gründet: das darf man weder für eine Gewißheit ausgeben, noch auch jemanden, solches anzunehmen, mit Gewalt aufdringen. Deme ohngeachtet ist es nicht rathsam, wenn man wo einen begangenen Fehler bemerket, solchen aber nicht verbessern kan, deswegen Unruhe und Trennung anzufangen, sondern die Klugheit lehret vielmehr auch Wahrscheinlichkeiten so lange zu dulten und sich ihrer zu bedienen, biß es möglich ist, zur völligen Gewißheit zu gelangen.

§. 9.

Regeln aus Algebra.

Der letzte Theil der reinen Meßkunst ist

Algebra,

welcher Name insgemein die gantze Auflösungskunst der endlichen und unendlichen Grösen andeutet, davon jene die Buchstaben Rechenkunst, und Algebra im engen Verstande, oder die Wissenschafft das unbekannte durch Gleichungen zu finden; diese aber die Differential- Integral- Exponential- Differentio- Differentialrechnung, ingleichen die Rechenkunst des unendlichen in sich begreifet. Unter den Theilen der ersten, machet die Gleichung den Unterscheid, unter den Theilen der andern aber, die Beschaffenheit desjenigen, was zu differentiiren oder zu summiren ist. Bedenket man noch, daß der Herr von Leibniz auch eine so genannte Analysin situs, welche sich auf eine besondere Rechnungsart gründet, erfunden habe: so wird man gewahr werden, daß,

1) Wenn sich einerley Sache auf verschiedene Weise betrachten lässet: so kan von derselbigen in mehrern Wissenschafften gehandelt werden; ja es lassen sich so gar einige Wissenschafften, welche damit beschäfftiget sind, ausdenken. Auf solche Weise hat man für den Verstand nicht allein

die

die gemeine Vernunfftlehre sondern auch die Vernunfftlehre des wahrscheinlichen heraus gebracht; und was in der Wissenschafft von dem Gebrauch der übernatürlichen Kräfte des Verstandes angeführet werden könnte, das ist schon oben gemeldet.

2) Wenn man eine Sache, von der sich etwas gedenken lässet, genau zergliedert, und alle besondere darinnen angetroffene Stücke wieder zusammen bringet: so geräthet man dadurch auf etwas neues, oder wohl gar auf eine ehehin unbekannte Wissenschafft derselbigen. Hieher kan füglich das oben (§. 2.) angeführte Beyspiel, der von dem Herrn Naude ausgedachten Trigonoscopie gerechnet werden.

Es ist also Algebra heutiges Tages von der Alten ihrer so gar sehr unterschieden, daß man diese nur für einen unendlich kleinen Theil von jener ansehen kan, wenn man besonders darauf siehet, wie sich alle diese neu erfundene Theile durch ihre Anwendung so ungemein erweitern lassen. Und gleichwie immer eine Rechnungsart zu der andern Anlaß gegeben hat; also

3) Darf man nur was, bishieher heraus gebracht worden ist, dazu anwenden, etwas anderes daraus zu begreifen: so werden die Wissenschafften

mit einzelen Wahrheiten, oder weitläuftigen Erfindungen vermehret. Der Herr Reg. R. Wolf haben schon längst erinnert, daß die geistliche Sittenlehre eigentlich lauter Bewegungsgründe zu Ausübung aller Pflichten der Christen enthalten müsse, welche aus der für sie geschehenen Erlösung hergenommen wären. Und wer dieses bewerkstelligen wollte; der würde von dem Verdienste des Heilandes weit mehr besondere Stücke zu bemerken haben, als man bishieher davon in dem gemeinen Lehrbegriffen der Gottesgelahrheit zu sammlen gewohnt war.

§. 10.

Regeln aus dem 1sten Theil von Algebra.

In der

Buchstabenrechenkunst

werden mit allgemeinen Zeichen der Grösen die gewöhnlichen Rechnungsarten verrichtet, Irrational-grösen aufgelöset, und Lehrsäze erfunden, welche die Veränderung und Potenz der Grösen betreffen. Was 1) das *addiren* in derselbigen anlanget: so bringet man nicht allein Grösen, welche durch verschiedene Buchstaben angezeiget werden, darinnen durch das blose Zeichen + zusammen in eines; sondern verbindet so gar auch solche miteinander, welche die widrigen Zeichen + und − haben. Daraus folget dieses,

1)

1) Es lassen sich ganz verschiedene Sachen in eines zusammen bringen. Aus der Lehrart der Vernunfft und des Wizes, oder der Verbindung der beyden Ordnungen zu gedenken, deren die eine sich darnach richtet, wie eines aus dem andern begreiflich ist, die andere aber darnach, wie eine Wahrheit von eben demjenigen handelt, davon die andere etwas in sich fasset, entstehet eine neue Lehrart, welche man billig die vollkommene nennen kan, weil sich darinnen die Säze, so wohl auseinander genau erweisen, als durch eine Tabelle vorstellen lassen, davon meine lateinische Abhandlung, von der mathematischē Lehrart, eine Probe abgibt, darinnen ich alles auf solche Weise vorgetragen habe. Eben also entstehen alle Erklärungen, in denen man den Begriff des Geschlechtes und des Unterscheides der Arten, welche ganz verschieden sind, und davon jener durch einen selbstständigen Nahmen, dieser durch andere dazu gesezte Worte ausgedrucket werden, zusammen bringet. In den Säzen werden gleichfalls der Begriff des Vorder- und Hintergliedes durch Worte, welche anzeigen, ob sie beysammen stehen können oder nicht, mit einander verbunden. Alle zusammengesezte Dinge in der Natur und Kunst, bestehen aus verschiedenen Theilen, deren Verknüpffung durch ihr

An-

Anhängen an einander, oder Eingreifen in einander erhalten wird.

2. Die Verbindung verschiedener Dinge geschiehet blos dadurch, wenn eines aus dem andern begreiflich wird, das ist, wenn dasjenige, was an sich deutlich vorgestellet werden kan, nun nicht mehr deutlich vorgestellet werden kan, es seye denn, daß das andere auch zugleich in Erwegung gezogen werde. Manchmahl erfodert dieses keine besondere Vortheile, und lässet sich wohl allerley zusammen schmieren: aber doch ist offt die sogenannte Lullistische Kunst auch nicht dazu hinreichend eine geschickte Verbindung zu machen. Besonders wird bey dem Erdichten dieses erfordert, daß ja keine Umstände zusammen gesezet werden, welche einander widersprechen, indem nur das mögliche begreifflich ist, und wenn eines aus dem andern begreifflich seyn soll, die mehreren Dinge zugleich möglich seyn müssen.

3. So gar kan etwas bejahendes und verneinendes zusammen gebracht werden, wenn nehmlich die Möglichkeit des einen die Möglichkeit des

des andern nicht ganz aufhebet. Dergleichen geschiehet aller Orten, wo eine Ausnahme angebracht wird, welches nicht allein bey Säzen, da eines von den Gliedern derselbigen eingeschränket wird, sondern auch bey Werken der Natur und Kunst geschiehet, da zum Beyspiel der Vortheil in der Krafft einen Verlust der Geschwindigkeit mit sich führet. Hat man nun Sachen zusammen zu verbinden, welche einander in einem Stücke zuwider sind, als etwa das Allgemeine durch Hülffe der Sinnen vorzustellen: so müssen entweder alle, oder wo dieses nicht angehet, die verschiedenen Fälle oder Umstände, dem, der es begreiffen soll, nach einander vorgehalten, und ihm, was in einem jeden zur Sache gehöriges liege, daraus gezeiget werden.

3. Bey dem Abziehen oder Subtrahiren in der Buchstabenrechenkunst ist merkwürdig, daß sich nicht allein das Grösere von dem Kleineren, und das + oder eine wahre Gröse, von dem – oder etwas welches fehlet in der Reihe mehrerer Grösen wegnehmen lasse; sondern das so gar öffters die Subtraction in eine Addition verwandelt werde, wenn nehmlich die Grösen verschiedene Zeichen haben.

4. Durch

4. Durch die Einschränkung und Ausnahme wird offt bey den zusammen gesezten manchmahl mehr, als in einem einfachen Begriffe stecket, oder als ein Theil der Sache beyträgt, weggenommen, woraus zwar ein Mangel entstehet, welcher aber nicht grösser seyn kan, als die Anzahl aller angenommenen Stücke zusammen ist. Als in dem geometrischen Lehrsaz: Wenn 2 Linien von einer dritten dergestalt durchschnitten werden, daß die beyden innern Winkel zusammen 180° machen, so sind die Linien parallel; gehet die Einschränkung von der Gröse der innern Winkel nicht auf den Begriff der Linien, oder des Durchschnittes allein, sondern auf beyde zusammen, indem darinnen zum Voraus gesezt wird, daß bey dem Durchschnitt zweyer Linien auch 2 innere Winkel entstehen, und daß diese zusammen weniger und mehr als 180° machen können.

5. Man muß zuweilen, um seinen Zweck zu erreichen, ganz widrig scheinende Mittel gebrauchen, oder gerade das Gegentheil von demjenigen thun, was man thun wollte. Die Umstände, unter welchen solches geschehen muß, bestimmen uns hier die verschie-

dene Zeichen, und der Begriff des Wegnehmens. Gesezt, es ist jemand freudig, und man wollte gerne seine Freude vermehren: so darf man etwa die betrübten Umstände eines andern, darinnen er stehet erzehlen, und ihm zu Gemüthe führen, wie beglückt sein Zustand in Vergleichung mit des andern seinem sey: so wird die Freude dadurch zunehmen, weil er einsiehet, daß er nicht allein eines Guten geniesse, sondern auch vor einem Uebel, welches ihm gleichergestallt hätte begegnen können, bewahret seye.

3. Das sonderbahre der Multiplication ist, daß einerley Zeichen im Product + bringen, da hingegen die verschiedenen allezeit − geben. Diß führet uns auf die gar bekannte Regeln der Vernunfftlehre.

6) Will man etwas allgemeines oder bejahendes durch Vernunfftschlüsse heraus bringen: so muß man lauter bejahende oder allgemeine Säze in dieselbigen hinein bringen; da hingegen ein verneinender Saz die Folgerung sogleich verneinend machet.

7) Aus einem verneinenden Saze wird sogleich ein bejahender, wenn zu dem Begriffe des Vordergliedes und Hintergliedes noch eine Verneinung, oder welches gleich viel ist, das Gegen-

gen-

gentheil gesezet wird. Hat man diese verneinende Wahrheit vor sich, ein einfaches Ding höret von sich selbst nicht auf: so wird eine bejahende daraus, wenn man saget, das nicht einfache, höret nicht von sich selbst nicht auf, oder ein zusammengeseztes Ding nimmet einmahl ein Ende, auch ohne Zuthun eines andern. Daher müssen wir uns durch die verneinende Säze nicht irre machen lassen.

4. Endlich bey dem Dividiren, hat in Absicht auf die Zeichen, eben diejenige Regel statt, welche bey dem multipliciren galte, weil immer etwas multiplicirtes abgezogen werden muß. Daher lernen wir

8) Wenn 2. Dinge, dem ersten Ansehen nach einander ganz zuwider sind: so ist nöthig, darauf zu sehen, ob nicht das eine in das andere einen Einfluß habe, und so dann wird man einerley Mittel unter widrig scheinenden Umständen brauchen können. Manchmahl ist eine vorhergehende tiefe Betrübnis das Mittel zu einer fest gegründeten Freude. Was also die Betrübnis vermehret; das dienet zugleich dazu, die darauf folgende Freude gegründeter zu machen, dergleichen etwa bey einem, der etwas verse-

hen

hen hat, die Vorhaltung seines Fehlers ist, dem es hernach mahls desto mehr Vergnügen verursachet, wenn er versichert ist, er werde ihm nicht zugerechnet.

§. 11.

Ferner kommen in dem vorhabenden Theile der Auflös. k. die Irrationalgrössen vor, welche theils anders ausgedruckt, theils aber nach den 4. Rechnungsarten verändert werden. Man erleichtert die ganze Abhandlung davon durch eine Vergleichung derselbigen mit den Brüchen, dergleichen ihr Exponent eigentlich ist, in dem $\sqrt{ab}$ nichts anders bedeutet als $ab^{1:2}$. Aus dem 2ten Theil der Buchstabenrechenkunst.

1. Durch geschickte Vergleichungen kan man eine sonst schweer scheinende Sache bald erleichtern. Dieses ist vornehmlich bey dem Unterricht der Jugend, und gemeiner Leute zu merken, welche an sinnliche Dinge gewöhnet sind, und das abgesonderte nicht bald fassen. Soll aber dieses seinen Nuzen haben, und die Zuhörer nicht tiefer in die undeutlichen Begriffe hinein führen, oder gar auf falsche Eigenschafften verleiten: so muß theils die Aehnlichkeit um welcher willen die Vergleichung geschiehet, sorgfältig angezeiget, und wie weit sie sich erstrecke, genau bestimmet, theils das Allgemeine, durch beyde Sachen darinnen es lieget, verständlich ge-

machet, theils aber ein solches Gleichniß gewehlet werden, welches denen, die es fassen sollen, bekannt ist, und auch viele Eigenschafften enthält, welche die damit verglichene Sache auch auch an sich hat.

2. Man gelanget aber zu geschickten Vergleichungen, wenn man die Eigenschafften des einen recht bedenket, und sich hernach besinnet, was denn eben dergleichen Beschaffenheiten an sich habe. Jemehr dieselben verstecket sind, desto sinnreicher ist das Gleichniß.

3. Findet man kein solches Gleichniß, welches die Sache selbst ausdrucket: so hat man nachzudenken, ob sich nicht für einen Haupttheil derselbigen eines entdecken lasse, und alsdenn erhält man, in Absicht auf denselbigen, den vorerwehnten Nuzen. So nach kan man eine Sache durch mehrere Vergleichungen endlich einem ganz wohl beybringen, wenn man immer einen Theil nach dem andern solchergestallt durchgehet.

§. 12.

Aus dem 3ten Theil dieser Wissenschafft.

Endlich werden noch, durch Hülffe der Buchstabenrechenkunst, allerley Lehrsäze, sowohl von der Veränderung der gleichen und ungleichen Zahlen überhaupt betrachtet,

tet, durch die 4 Rechnungsarten, als auch von ihren Potenzen und Progreßionen herausgebracht, welche man beydes in der Rechenkunst und Geometrie nüzlich gebrauchen kan. Daraus lernet man

1. Wird das besondere nicht nach allen seinen Umständen, darein es eingekleidet ist, sondern nur nach einigen derselbigen betrachtet: so kan man, wenn dieselbigen einen von seinen Unterscheiden ausmachen, auf etwas Allgemeines gerathen, welches sich aber doch bey ihm allein recht anwenden lässet. Aus verschiedenen Handlungen, dieses oder jenes Menschen, kan man seine Neigungen entdecken, und also eine allgemeine Regel machen, welche zum Voraus angibt, was er unter den gegebenen Umständen vornehmen werde, die sich hingegen auf einen andern, ob er gleich viel Aehnliches mit ihm hat, doch nicht schicket.
2. Die Lehrsäze können auch aus undeutlichen Begriffen des darinnen vorkommenden Vorder- und Hintergliedes gefunden und begreifflich gemachet werden; aber ihren Beweis führet man doch aus den Erklärungen ihrer Glieder. Es könnte dieses jemanden, der sich erinnert, daß

man durch einen Lehrsaz einen Saz verstehe, welcher aus mehreren gegen einander gehaltenen Erklärungen hergeleitet worden ist, einiger massen fremd vorkommen: allein der davon angeführte Begriff siehet zugleich mit auf ihren Beweis zurück, welcher mehrere Erklärungen erfodert. Hier ist die Rede nur von den Säzen selbst, welche aus der möglichen Verbindung des Vorder- und Hintergliedes entstehen. Doch ist selbst noch einiger Unterscheid zwischen den beyden Ausdrücken $a + b$. $a + b$ gibt $a^2 + 2\,ab + b^2$; und diesem: Das Quadrat der Binomischen Wurzel begreiffet in sich, die beyden Quadrate der beyden Theile, und das Product aus dem einen Theile in den andern 2 mahl genommen; ingleichen unter der Rechnung bey der Multiplication, und Beweis dieses Sazes aus dem Begriffe der Multiplication. Noch weit mehr aber bey der Formel $2\,a + 1$ weniger $2\,b + 1$ gibt $2\,a - 2\,b$, und dem Saze: Wenn eine ungleiche Zahl von einer ungleichen abgezogen wird, so ist der Unterscheid eine gleiche Zahl.

3. Man kan die Beweise der Lehrsäze auch auf eine sinnliche Art vorstellen, wenn man die darinnen vorkom-

kommende Begriffe durch Zeichen ausdrucket, welche in die Sinnen fallen, und dadurch werden sie leichter. In der Grundwissenschafft, würde eine geschickte Erfindung solcher Zeichen, und ihre gehörige Anwendung, die darinnen enthaltene sehr abstracte Säze, und die schweeren Beweise derselbigen, auch gemeinen Leuten so zu reden in die Sinnen bringen, das ist so begreifflich machen, als wenn sie die Wahrheit derselbigen zu empfinden im Stande wären. Dahin hat man jezo vornehmlich zu arbeiten, dahin gehet auch das Bemühen des Herrn Reg. R. Wolfs, daß die allgemeinen, durch richtige Beweise, und aus ihren gehörigen Gründen, mit groser Geschicklichkeit Wiz und Sorgfalt bekräfftigte Wahrheiten, vielen nüzlich und gebräuchlich gemachet werden mögen.

4. Die besonderen, oder durch besondere Zeichen ausgedruckte Säze, werden in allgemeine, ja wohl gar in Lehrsäze verwandelt, wenn man für die darinnen vorkommende besondere Begriffe oder Zeichen die allgemeinen sezet. Diß ist der Nuze, den man von den Fabeln und Geschichten haben kan, dabey denn etwa in der Begebenheit, da Cäsar geweinet, als

er die Thaten des grosen Alexanders abgemahlet gesehen, statt Cäsar ein ruhmbegieriger Mann, statt Alexander ein zu groser Ehre schon bey jungen Jahren gekommener, statt des Weinens, Betrübniß gesezet wird: so kan man den Saz leicht heraus bringen: Ein Ruhmbegieriger wird betrübt, wenn er erweget, daß ein anderer, eher als er, weit mehr Vollkommenheiten erreichet habe.

Bey der Erhebung einer binomischen Wurzel zu den höhern Potenzen sind besonders die Unzen merkwürdig, welche gar auf eine leichte Art gefunden werden können. Nehmlich man darf nur die Unze des vorhergehenden Gliedes, mit dem Exponenten des ersten Theils der Wurzel in demselbigen Gliede, multipliciren, und durch den Exponenten des andern Theils in demjenigen Gliede, vor welchem die Unze stehen soll, dividiren; als es sollen für die 7de Dignität die Unzen gefunden werden, darinnen die Glieder in folgender Ordnung gehen a^7. a^6b. a^5b^2. a^4b^3. a^3b^4. a^2b^5. ab^6. b^7: so werden die Unzen seyn, für das erste Glied 1; für das 2te 1. multiplicirt mit 7 und dividirt mit 1 folglich 7; für das 3te Glied 7. 6 = 42 dividiret mit 2 = 21; für das 4te Glied 21. 5 = 105: 3 = 35; für das 5te Glied 35. 4. = 140:

= 140 : 4 = 35 ; für das 6te Glied 35. 3 = 105 : 5 = 21; für das 7de Glied 21. 2 = 42 : 6 = 7; für das lezte Glied endlich 7. 1 = 7 : 7 = 1. Also sind die Unzen 1. 7. 21. 35. 35. 21. 7. 1. Diese Berechnung ist noch leichter als etwa die für das 7de Glied da man sezet $\frac{7.6.5.4.3.2.}{1.2.3.4.5.6.}$

Beyde aber sind nicht aus dem Verfahren bey der Berechnung, sondern nur durch Hülffe des Wizes, aus einigen Formeln abgenommen, und als allgemein befunden werden.

5. Man darf sichs nicht abschrecken lassen, wenn sich ein und andere Wahrheit, nicht sogleich aus ihren gehörigen Gründen erweisen lässet, sondern kan sich daran begnügen, wenn sie durch die Abstraction entdecket, auch durch allerley Beyspiele bestättiget worden ist. Der grose Herr von Leibniz hat seinen Saz des zureichenden Grundes blos damit vertheidiget, daß man kein Exempel aufzubringen wisse, welches das Gegentheil zeigte; und hernachmahls hat man, diese festgegründete Wahrheit, aus den dazu gehörenden Erklärungen, zu erweisen, doch noch Mittel gefunden.

6. Unter mehreren durch den Wiz entdeckten Auflösungen einer Aufgabe,

hat die leichtere einen Vorzug vor der schweereren; die leztere aber ist doch offt eher zu begreiffen, als die erstere, und deßwegen ihr nicht nachzusezen. Ihr Beweis läufft, manchmahl auf eines hinaus, welches in dem gegebenen Beyspiel statt findet, da die beyden Regeln auf einerley Art allgemein ausgedrucket werden nehmlich $\frac{m.m.-1.}{1.\ 2.}$ &c.

§. 13.

Regeln aus Algebra im eigentlichen Verstande.

Nun kommen wir auf die Wissenschafft welche im engen Verstande

Algebra

genennet wird. Es wird darinnen von der Anwendung der Rechnung durch Gleichungen auf die bestimmten und unbestimten arithmetischen Aufgaben, auf die gemeine Geometrie und gerade Trigonometrie, dem Ausziehen der Wurzel aus den höhern Gleichungen, der Anwendung auf die höhere Geometrie, von den geometrischen Orten, und der Construction der höhern Gleichungen gehandelt. Hiervon soll einiges kürzlich berühret werden.

Das Kennzeichen, daß eine Aufgabe unbestimmt seye, oder sich auf mehr als eine Art auflösen lasse, ist, wenn man nicht so viel Gleichungen, als unbekannte Grössen, angeben kan, und

1. Ein

1. Ein Saz lässet sich nicht erweisen, wenn man nicht mit allen darinnen vorkommenden Worten bestimmte Begriffe verbinden kan.

Bey der aequatione quadratica affecta, addiret man den fehlenden Theil; und ziehet die Wurzel einiger bekannten Grösen hernach wieder ab.

2. Wo uns das bekannte darauf leitet, etwas anderes bekanntes zu Hülffe zu nehmen: da muß man solches damit verbinden; findet aber schon Gelegenheit es wieder wegzubringen. Hat man einen Theil eines schon bekannten Sazes zu erweisen; als der etwa aus der ganzen Erklärung eines seiner Glieder geflossen ist: so nimmt man jenen Begriff oder Beweis an, und gibt darauf acht, was die Stücke, welche hier keinen Einfluß haben, etwa zu Einschränkung des Sazes, oder sonst beytrugen.

Algebraische Rechnung führen uns offt auf mehrere Gleichungen, darinnen das bekannte und unbekannte noch mit einander verbunden ist, ehe man auf die gesuchte kommt; und

3. Bey dem Bemühen etwas zu erfinden gerathen wir unvermuthet auf neue Wahrheiten, welche jedoch, wenn man nur auf das zu suchende acht hat, nicht also vermercket, an

sich betrachtet aber ganz richtig befunden werden.

Aus der gegebenen Summe und Product zweyer Grösen in einander, aus der Summe und dem Unterscheid einerley Potenzen, zu welchen sie erhoben worden sind, ingleichen aus ihrer und ihrer Qvadraten Summe, oder ihrem Producte in einander, und der Verhältnis des Qvadrats der Summe zum Qvadrate ihrer Differenz, u. d. g. kan man die Grösen selbst finden.

4. Einerley Sache lässet sich aus mehreren Kennzeichen, doch aus einem immer leichter als aus dem andern erkennen. Als von einem gleichseitigen Dreyecke lässet sich dieses Merkmahl angeben, daß die 3 Puncte, nehmlich die Helffte der Seite, der Ort wo die Perpendicularlinie aus der entgegen stehenden Spize, und die den gegen überstehenden Winkel in 2 gleiche Theile zerschneidende Linie aufstehen, bey einer jeden Seite in eines zusammen fallen, wie oben am Ende des 2ten §. bemerket wurde.

Einige Aufgaben werden sogleich in gewisse Umstände eingekleidet, als die von den Boten und Vermischung des Weins; könten aber eben so gut, als die andern, auch ohne dieselbigen vorgetragen werden. Z. Beysp. die von der gegebenen Tagereise eines Boten, und der Zeit, welche er schon weg-

weggereiset ist, dabey die Tagereise eines andern, welcher ihn in bestimmter Zeit einhohlen soll, zu suchen ist; liese sich auch also ausdrucken: Man soll eine Zahl finden, welche wenn sie mit einer gegebenen multipliciret wird, eben so viel ausmachet, als eine andere, welche eben damit multipliciret ist, und zu der noch eben dieselbige aber durch eine dritte gegebene Zahl multipliciret, addiret worden ist. Hingegen können auch die übrigen allgemeinen Aufgaben durch besondre dazu gesezte Einschränkungen ganz annehmlich vorgetragen, und wenn einige, welche nichts dazu beytragen, hinzu gefüget werden, ungeübten etwas schweerer gemacht werden. Daraus mag man lernen

5. Nach Erfodern der Umstände muß das allgemeine zuweilen sinnlich, hingegen offtmahls nur überhaupt vorgetragen werden.
6. Die fremden Einschränkungen müssen von den eigentlichen immer sorgfältig unterschieden werden, damit sie einen nicht irre machen, noch aufhalten.

Wenn man mehrere unbekannte Grösen zu finden hat: so suchet man sie durch mancherley Rechnung auf eine einzige hinaus zu führen, und brauchet den Werth, der durch die Gleichung gefunden worden ist, beständig statt der unbekannten Gröse. Gehet aber das erstere nicht an: so ist es ein Zeichen,

chen, daß die Aufgabe unbestimmt seye.

7. Mehrere unbekannte Wahrheiten lassen sich auf einmahl nicht heraus bringen, davon die eine auf der andern beruhet; sondern man muß erst eine, und hernach immer eine andere suchen. Dis ist bey den Beweisen vornehmlich zu merken.

8. Daferne man immer wieder auf etwas noch nicht erwiesenes geräthet: so ist es ein Zeichen, daß einem noch nicht genugsame Gründe angegeben worden sind; und ehe man dieselbigen hat, darf man sich nur wegen Erfindung der Sache keine vergebliche Mühe geben.

Bey den arithmetischen Progreßionen hat man entweder das erste Glied und die Zahl der Glieder, oder alle Glieder ꝛc. und zwar aus verschiedenen gegebenen Stücken in allen sechserley, und zwar immer zwey unbekannte Dinge zu suchen dabey sonderlich, merckwürdig ist, daß man, statt aller Glieder, nur das erste und leite zu finden, bemühet ist. Daraus lernet man

9. Wo bey einem Dinge mehrere Eigenschafften zusammen kommen, deren eine die andere immer bestimmet: da sind einige schon hinreichend, die übrigen heraus zu bekommen, und dort sind mehrere Begriffe und Wort oder Sacherklärungen davon

mö=

möglich. Ein Dreyeck kan durch eine Figur beschrieben werden, welche von 3 Linien eingeschlossen wird, oder auch durch die Bewegung einer abnehmenden Linie, die sich in einem Punct endlich verlieret, entstehet.

10. Sind mehrere Dinge zu finden: so hat man dahin zu sehen, daß man ihre Zahl vermindere, oder sie nur auf einige wenige hinaus führe, welche die andern bestimmen.

Die Gleichungen, welche in den Aufgaben von den geometrischen Progreßionen heraus kommen, werden meistens in andere verwandelt, die eine Proportion enthalten, und daraus Lehrsäze hergeleitet

11. Sollen Säze recht fruchtbar werden, und die Art wie sie ausgedrucket sind, hindert es etwa: so muß man bey ihrem Ausdruck so viel Veränderungen, als möglich sind, suchen, bey welchen einerley Verstand bleibet. Daher müssen nicht allein die verneinende und besondere Säze, in bejahende und allgemeine verwandelt, sondern auch manchmahl Hinter- und Vorderglied verwechselt werden.

Die Lehre von den Polygonal und Pyramidalzahlen lässet sich bey Erfindung der Unzen, und Bestimmung der Anzahl, aller möglichen Versezungen der Buchstaben, nüzlich anwenden, aus welcher lezten besonders begreiff-

greifflich wird, wie nach einer alle Buchstaben eines Tituls in einen ganz ungezwungenen Vers bringen könne; welches sonst ganz erstaunlich zu seyn scheinet, daferne man nicht bedenket, daß sich blos 24. Buchstaben über 1391 Qvintillionen mahl anders zusammen sezen lassen.

12. Haben die Alten, wie uns etwa dünken möchte unnöthige Sachen auf die Bahn gebracht, und die Köpfe damit zerbrochen: so sollen wir dieselbigen um so viel mehr nüzlich zu gebrauchen suchen, da uns schon vorgearbeitet worden ist. Ueberhaupt darf man keine, auch nicht die dem Schein nach allergeringste, Wahrheit verachten.

§. 14.

Fortsezung.

Es ist ferner

von den unbestimmten Aufgaben

zu merken, daß dieselbigen uns eine Eigenschafft der zufindenden Gröse bekannt machen, und zeigen, welche Werthe sich nach Belieben annehmen lassen. Daraus lernen wir folgendes.

1. Sind gleich die angegebenen Gründe nicht hinreichend eine Sache völlig heraus zu bringen: so ist doch das Nachdenken, welches man darauf verwendet, nicht ganz umsonst, in dem man doch darauf geleitet wird, wo eigentlich der Mangel stecke.

Weil aber einige Aufgaben, welche anfangs

fangs unbestimmt zu seyn schienen, als etwa die von Erfindung der vollkommenen Zahlen, sogleich bestimmet werden, wenn man nur die Eigenschafft eines von den bekannten Stücken genauer überleget, z. Beysp. daß die willkührlich anzunehmende Zahl eine ganze Zahl seyn solle: so folget

2. Wenn das gegebene nicht hinreichend zu seyn scheinet: so muß man auch die Eigenschafften jedes seiner Theile bedenken, sich aber nicht darinnen übereilen, daß man es zuvor als nicht genugsam ausschreye.

Unbestimmte Aufgaben lassen sich zuweilen geschwinder durch einige Ueberlegung und Versuch, als durch langwieriges Rechnē finden, dergleichen diese ist, daß ein Zehendherr für 100 Stück Vieh 100 fl. bekommen habe, dabey das Follen für 5 fl. das Kalb für 1 fl. und ein Hahn für 1 gl. oder $\frac{1}{20}$ fl. gerechnet worden ist. Denn die Hahnen müssen hier zusammen eine Zahl fl. betragen, und also entweder 1. 2. 3. oder 4 fl. Man wird das leztere als richtig befinden, und also sind 19 Follen, 1 Kalb, und 80 Hahnen gewesen.

3. Durchs Versuchen findet man offt die nüzlichsten Wahrheiten auch ohne Regeln, und manchmahl ist einer bey einem Zeitvertreib, schon auf etwas Wichtiges gerathen.

§. 15.

Das vornehmste bey der Anwendung Regeln
von aus der

geometrischen und trigonometrischen Algebra.

von Algebra auf die gemeine Geometrie und Trigonometrie, bestehet darinnen, daß man rechtwinkligte oder ähnliche Dreyecke in die Auflösung hinein bringet, die unbeqvemen Gleichungen in beqvemere verwandelt, und endlich geschickte Constructionen ausdecket. Dis gibt folgende Regel.

1. Was den angegebenen Säzen annoch abgehet, daß sie allein zu Erfindung einer Sache nicht hinreichend sind; das muß durch den Wiz ersezet werden.

An die Regeln von der Art die einfachen und qvadratischen Gleichungen zu construiren, bindet man sich die Unbeqvemlichkeit zu vermeiden, gar nicht genau. Bey den meisten Constructionen kommt ein besonderer Kunstgriff vor; und

2. An die gewöhnlichen Regeln in der Vernunfftlehre allein, muß man sich nicht halten, wenn man in besondern Umständen etwas zu finden hat, sondern acht geben, auf was für Vortheile einen dieselben führen.

Das übrige von Algebra durchzugehen, ist für Anfänger zu schweer, und für die jezige Absicht zu weitläufftig. GOtt lasse dieses nur einigen Nuzen schaffen.

* * *

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Hagen, Gottlieb Friedrich, 1710-1769

Einige aus der Mathematic abgenommene Regeln, nach welchen sich der menschliche Verstand bey Erfindung verborgenen Wahrheiten richtet, und welche dabey nüzlich befunden werden als eine Nachahme der in den lateinischen Anfangsgründen Des Hrn. Regierungsrath Wolfs befindlichen
Bd.: 2

Halle (1737)

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- Phil 1417
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11273143-5
VD18 80412661-001